

Результативность обнаружения подземных вод по опыту выполненных более 100 работ составляет более 95% при глубинах залегания подземных потоков вод до $H=3000$ м.

Использование дистанционных средств прямого обнаружения потоков подземных вод значительно ускоряет обследование крупных площадей и сокращает в несколько раз финансовые затраты на поиск подземных утечек воды (по сравнению с традиционными способами поиска – электроразведка, сейсмика, магниторазведка и бурение).

В настоящей главе излагаются результаты исследований с применением дистанционных методов зондирования Земли, основанные на методе ядерного магнитного резонанса (ЯМР) [1] для определения аварийных мест утечек воды из чаши Чернореченского водохранилища [1,2,5,8].

6.2. Цель и основные задачи исследований

Целью исследования является оперативное выявление возможных подземных утечек воды из чаши водохранилища через водоподпорные барьеры.

Для этого необходимо решить следующие задачи:

- обнаружить участки протечек воды через сооружения плотины (длина 500 м);
- обнаружить участки протечек воды через водоподпорные сооружения по всему периметру водохранилища (порядка 11 км);
- определить размеры участков с утечками, глубины их залегания и рассчитать объемы утечек.

6.3. Способ поиска подземных вод с помощью аппаратуры резонансно-тестового комплекса «поиск»

Способ поиска основан на дистанционном распознавании аппаратурой комплекса «Поиск» подземных вод с использованием явлений ядерно-магнитного резонанса [1,2,4] атомов металлов, входящих в состав воды, а также оперативной визуализации границ контуров подземных вод с различной соленостью на поверхности земли по считыванию характерных информационно-энергетических спектров атомов солей, находящихся в воде, путем авторской обработки космических фотоснимков в радиационных полях на исследовательском ядерном реакторе ИР-100 [2,3,9].

Состав и технические характеристики резонансно-тестового комплекса «Поиск» приведены в работах [1,4-6,8,15].

Технические характеристики комплекса следующие [1,4,6]:

1. Вероятность идентификации подземных вод на глубинах 1000 м – не менее 95%.
2. Допустимые ошибки при дистанционном оконтуривании границ потоков подземных вод ± 5 м (определяются техническими возможностями спутниковых систем навигации GPS и точностью топографических карт).
3. Допустимая ошибка в определении глубины залегания водоносных горизонтов под землёй – 0,5-0,6% в зависимости от глубины нахождения горизонта (до глубины 1000 метров) и 1-2% - на глубинах от 1000 до 3000 м (геотермальной воды).
4. Чувствительность комплекса по обнаружению различных веществ под землёй (под водой) $>1-2$ г/т, а солей в воде 1-2 мг/л (Ca, Mg, Fe, Na и др.).
5. Вес полевой аппаратуры – 60 кг, стационарного комплекса «Поиск» - не менее 1200 кг.
6. Время обработки космических фотоснимков в радиационных полях составляет 4-6 суток (на исследовательском ядерном реакторе ИР-100).
7. Общее время обработки космических фотоснимков участка исследования площадью 6 км \times 6 км (36 км²) и визуализации на них границ потоков подземных вод с переносом их на карту района от 2 суток до 5 суток.
8. Время на обследование полевой аппаратурой – 5-6 суток.
9. Общее время выполнения работ и предоставления отчета – 1,5-2 месяца.

6.4. Методика выполнения исследований

Методика учитывает технические возможности резонансно-тестового комплекса «Поиск» и предусматривает порядок проведения измерений геофизических характеристик, позволяющих оконтуривать границы подземных потоков вод, определить глубины нахождения эффективных горизонтов по которым строятся геологические профили водоносных участков (по результатам полевых работ).

Перед началом работ предусматривается проверка работоспособности аппаратуры комплекса «Поиск» в лабораторных условиях на

реальных образцах проб питьевых вод (различной солености) по надежной дистанционной идентификации их с расстояния от 30 м до 50 м. После получения положительных результатов предусматривается проверка и калибровка аппаратуры на действующей скважине для дистанционного избирательного определения глубин залегания подземных вод вблизи скважины [8].

При дистанционном способе поиска подземных питьевых вод используется высокочастотная резонансная аппаратура [1, 6, 8]. Распознавание резонансных поисковых признаков подземных вод производится по информационно-энергетическим спектрам записанных с проб искомым вод и спектрам ЯМР атомов металлов солей, входящих в состав вод различной солености (Ca, Mg, K, Na, Fe и др.).

Для резонансного возбуждения под землей атомов реперных элементов в воде используются радиочастотные сигналы, по частоте совпадающими с частотой ЯМР-спектров атомов Na^+ , K^+ , Fe^{++} , Ca^{++} , Mg^{++} . Для посылки сигнала в глубину земли используются СВЧ-генераторы с узконаправленной антенной, размещенной в ионизационном канале. На несущую частоту генератора СВЧ модулируются соответствующие спектральные характеристики атомов солей находящихся в образцах проб пресной и соленой воды.

Направление антенны определяется пеленгом и углом наклона в землю и отсчитывается по шкале теодолита. Если узконаправленную антенну направить в землю под углом 180° вниз и передвигаться по обследуемому участку, то при попадании резонансного сверхвысокочастотного сигнала в край потока воды произойдет резонансное возмущение атомов металлов во всем потоке, которое вызывает появление характерного электромагнитного поля над участком подземных вод.

Эта «аномалия» фиксируется чувствительным прибором – приемником и будет означать начало границы контура потока подземных вод. При этом измерительный канал комплекса «Поиск», регистрирующий резонансную электромагнитную аномалию, последовательно сравнивает ее с резонансными информационно-энергетическими спектрами резонансно-тестовых матриц записанных с образцов проб воды. Передвигаясь вдоль границы контура потока и записывая координаты местонахождения СВЧ-генератора с помощью приемника GPS, проводится оконтуривание границ потока вод на поверхности земли и перенос их на рабочую карту. Затем определяется площадь

выявленного участка подземных вод необходимой солености, либо миграционного подвижного потока подземных вод. Данный процесс автоматизируется с помощью компьютерной специализированной программы.

Дистанционное определение глубин залегания верхнего и нижнего горизонтов подземных вод проводится путем геометрического построения в полевых условиях узконаправленным СВЧ-лучем прямоугольного треугольника с известным катетом, равным расстоянию от краев контура (ближнего и дальнего) потока вод до точки установки СВЧ-генератора. Угол наклона в землю узконаправленной антенны отсчитывается по угломеру и регистрируется в момент срабатывания световой и звуковой сигнализации (появление резонансной электромагнитной аномалии). Глубина залегания вод будут определяться путем вычисления вторых катетов по известным величинам первых (ближнего и дальнего) и измеренным соответствующих углов наклона антенны.

По глубинам залегания верхнего и нижнего горизонтов водоносного коллектора при многократном проведении измерений вдоль и поперек границ его контура строятся глубинные профили участка высачивания подземных вод. При дополнительных измерениях по выбранной прямой, проходящей поперек потока воды, уточняется профиль и строится масштабный глубинный формат потока вод. С помощью ПК-программы рассчитывается прогнозный объем запасов вод. Ошибки в расчете ожидаемых объемов вод могут достигать до 25-30%, но уточняются за счет увеличения общего количества точек измерений и уменьшения расстояний между ними (однако это значительно увеличивает сроки выполнения и стоимость работ). Величину напора можно определять по глубинным разрезам, на которых известны уровни моря в точках измерения и глубины залегания водоносных горизонтов.

Подготовка стационарной и мобильной аппаратуры комплекса «Поиск» к проведению измерений осуществляется в соответствии с инструкцией по их эксплуатации. Регистрация и передача результатов поиска, а также записей координат точек оконтуривания участков подземных вод приемником GPS при полевых работах может осуществляться в автоматическом режиме. При этом передача данных идет через спутниковый телефон или систему связи (США) Motorola A-639 и приемник GPS, согласованных с программами карманного ком-

пьютера (США) и Ноутбука. Аппаратура при этом устанавливается в автомобиле. Скорость передвижения автомобиля при обследовании 15÷20 км/час, время измерения в одной точке -30÷40 минут.

В автоматизированном режиме аппаратура дистанционного резонансно-тестового комплекса «Поиск» прошла апробацию при поисках подземных питьевых вод в Австралии (2007 г), Мавритании (2006 г), США (2005 г), Украине (Крым, Кировоград 2008 г), Эфиопия (2010 г), на Кипре (2011 г), в Турции (2010 г). Пробурено более 100 скважин с питьевыми и геотермальными водами. Причем максимальные глубины обнаружения геотермальных (сильно минерализованных) вод составили 1000-2500 м и более, а пресных вод от 300 м до 500-800 м [1,4,8,15].

6.5. Последовательность выполнения поисковых работ

На I этапе исследований выполняются следующие работы:

1. Закупка необходимого оборудования и расходных материалов;
2. Проведение фоторазведки района поиска и закупка аналогового снимка данного района;
3. Изучение химического состава питьевой воды или воды, необходимой солёности;
4. Подготовка металлоорганических материалов и изготовление из них носителей «тестовых» информационно-энергетических спектров, обработка их в радиационных полях исследовательского ядерного реактора ИР-100;
5. Выполнение записей и проб воды и проб пород водоносных горизонтов на «тестовые» и «рабочие» носители информационно-энергетических спектров веществ (воды, пород) (выполняется на аппаратуре стационарного комплекса «Поиск»);
6. Настройка и проверка работоспособности аппаратуры комплекса «Поиск» по идентификации реальных образцов проб с различной концентрацией солей и различных пород водоносных коллекторов (расстояние до образцов 30÷50 м);
7. Обработка гелий – материалами на основе металлоорганических соединений (лактозы, поливинилового спирта, редких металлов и люминофоров) космических фотоснимков и визуализация на них границ контуров участков скопления подземных вод или участков протечек вод через водоупорные барьеры (после воздействия на

космические фотоснимки радиационных полей в откатной коробе ядерного реактора ИР-100);

8. Первичная дистанционная идентификация участков скопления подземных питьевых вод с помощью стационарного комплекса «Поиск», перенос их на карту обследуемого района и определение геометрических размеров участков и границ контуров потоков утечек вод через водоупорные барьеры;
9. Обработка и документирование полученных первичных данных;

В период II этапа исследований выполняются следующие работы:

1. Расшифровка детализированных космических фотоснимков с целью выявления точных границ контуров участков скопления подземных питьевых и солёных вод, либо границ контуров потоков подземных вод или вод протечек через инженерные защитные барьеры.
2. Уточнение границ выявленных участков с помощью полевой аппаратуры путем идентификации подземных вод и пород водоносных горизонтов по распознавательным тестам.
3. Обследование полевой аппаратурой выявленных участков на сплошность подземных водоносных потоков, измерение глубин залегания водоносных горизонтов в точках измерения (либо потоков подземных протечек через водоупорные барьеры объекта).
4. Измерение с помощью геофизической резонансно-тестовой аппаратуры полевого комплекса «Поиск» мощностей горизонтов и типов пород водоносных горизонтов, определение состава основных газов в газовой шапке (при необходимости).
5. Построение глубинных колонок в точках, выбранных под бурение скважин или построение геологических профилей на выявленных участках для оценки эффективных площадей протечек.
6. Измерение мощностей водоносных коллекторов и расчет прогнозных запасов подземных вод на каждом участке (либо объемов подземных протечек через водоупорные барьеры объекта).
7. Оценка по построенным глубинным колонкам и глубинным профилям перспективности участков для размещения промышленных скважин, обеспечивающих максимальные дебиты питьевых вод либо расчет утечек подземных вод через водоупорные породы или инженерные барьеры.
8. Подготовка итогового отчета и картографического материала.

6.6. Основные результаты исследований

Работы выполнялись с применением дистанционного стационар-

ного и полевого комплексов зондирования недр «Поиск» и космических средств фоторазведки путем расшифровки космических фотоснимков по авторской технологии [5,8,9].

Для обеспечения расшифровки космических фотоснимков были выполнены записи спектров атомов солей, входящих в состав пресных вод из водохранилища. Образцы проб были изучены специалистами СНУЯЭиП в лабораторных условиях. ЯМР-спектры реперных элементов, входящих в солевой состав вод были записаны установкой ЯМР на «тестовые» носители (матрицы), а на рабочие матрицы – информационно-энергетические (распознавательные интегральные) спектры проб воды Чернореченского водохранилища. Данные спектры записывались на атомно-абсорбционном спектрофотометре «Сатурн-4М» (в режиме атомизации элементов с применением пламени газовой горелки) [8].

«Рабочие» и «тестовые» матрицы изготавливались из металлоорганических материалов (смесь поливинилового спирта, наночастиц железа и редких элементов, а также раствор лактозы).

Перед записью спектров на «рабочие» и «тестовые» носители (матрицы) их предварительно обрабатывали радиационными полями гамма-излучения до их полной стерилизации (до фоновых значений «шумов»).

Запись распознавательных спектров воды с конкретным содержанием солей производилась с применением высокочастотных блоков записи аппаратуры комплекса «Поиск». Проверка работоспособности поисковой аппаратуры по идентификации вод с различной соленостью производилась в лабораторных условиях, при этом образцы 3-х проб (пресная из Чернореченского водохранилища, слабоминерализованная и сильноминерализованная) устанавливались на расстоянии от измерительной аппаратуры на 30 м и 50 м. После проверки избирательной регистрации аппаратурой каждого образца проб проводилась калибровка аппаратуры (стационарной и полевой) комплекса «Поиск» на известных скважинах подземных питьевых вод вблизи г.Севастополя (с глубинами воды 200–300 м).

После калибровки стационарного аппаратуры комплекса «Поиск» проведена расшифровка детально космических фотоснимков, охватывающих район обследования (рис.6.1).

Расшифровка космических фотоснимков выполнялась с применением радиационно-химических технологий на исследовательском

ядерном реакторе [1,4,6]. При этом фотоснимки обрабатывались органическими солями и люминоформами, а затем подавались в активную зону реактора с помощью откатного короба на время 5-6 суток (до облучения их дозами $>5 \cdot 10^5$ рентген). После «охлаждения» фотоснимков в течение 4-6 часов, их помещали во вращательное электромагнитное поле и стационарной аппаратурой комплекса «Поиск» считывали необходимую информацию (по свечению границ контуров) о наличии потоков подземных вод, проходящих вблизи границ Чернореченского водохранилища, впадающих в чашу водохранилища и вытекающих из чаши водохранилища через инженерные или природные водоподпорные барьеры. Границы контуров этих потоков подземных вод автоматических переносились с помощью блока визуализации (фотокамера, совмещенная и ПК) на карту района обследования, внесенную в память ПК (способом «наложения» светящихся областей с космоснимка на карты с координатной сеткой).

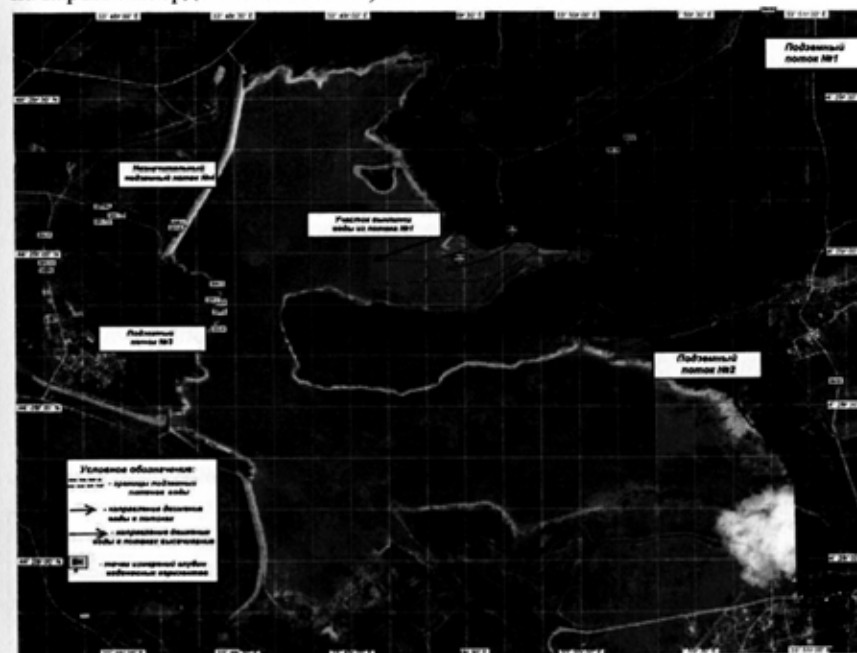


Рис.6.1. Границы контуров подземных потоков питьевых вод вблизи Чернореченского водохранилища г.Севастополя

В результате расшифровки космоснимков были обнаружены и нанесены на карту следующие подземные потоки, характеристики которых были уточнены в период полевых работ (рис.6.1):

1. Поток №1 – направление потока с северо-востока (от с.Новобобровское) на юго-запад, данный поток выклинивается в восточной части чаши водохранилища на расстоянии ~400 м от берега (северный сегмент чаши).

Ширина подземного потока ~250–280 м, мощность водоносного горизонта $\Delta h=20$ м. Глубины залегания потока $h_1=6-26$ м (у среза воды). Объем поступления может зависеть от объема песка и глины, намываемых потоком в местах выклинки.

2. Поток №2 – направление потока с южной части района обследования (со стороны с.Росошанка) на северо-запад, который пересекает поток №1. Глубины залегания 2-х горизонтов потока составляют: $h_1=110-170$ м; $h_2=970-1100$ м. В месте пересечения поток №1 имеет глубину залегания – 35-57 м. Кроме того, в площади пересечения 2-х потоков №1 и №2 имеется участок вертикальной трещиноватости (рис.6.1). В площади данного участка все горизонты 2-х потоков объединяются в единый и составляют горизонт $h=35-1100$ м. Таким образом, в этом месте идет увеличение напора в горизонте потока №1, который впадает в озеро. В площади данного участка пробурена скважина глубиной 900 м, которая фонтанирует.

3. Поток №3 – вытекающий из Чернореченского водохранилища через природный водоупорный барьер (породы – известняк брекчьевидный трещиноватый) в западной части водохранилища и проходит сквозь возвышенность (гора Френк-Даг) и далее, огибая с севера с.Озерное, уходит в разломную зону (рис.6.1). Ширина потока при выходе из водохранилища ~ 150 м. Глубина залегания водоносного горизонта от поверхности воды 7 м, мощность горизонта ~16 м (т.е. нижняя глубина горизонта – 23 м, а глубина водохранилища в этой области ~ 20 м). Т.о. данный поток вытекает непосредственно из чаши водохранилища и является основным источником утечки воды через природный водоупорный барьер. Инженерные барьеры в этом месте отсутствуют (в других местах вокруг чаши водохранилища - установлены противифльтрационные защитные барьеры).

4. Поток №4 – вытекающий из Чернореченского водохранилища через инженерный барьер (самая крупная насыпная дамба), в виде узкого потока (ширина потока ~20 м, не представляющего в настоящее

время какой-либо угрозы для утечки воды. Мощность горизонта потока ~ 1 м.

Данные потоки нанесены на карты района обследования.

Дальнейшие исследования проводились с применением полевой геофизической аппаратуры, установленной на автотранспорте.

В период полевых работ была измерена ширина каждого потока подземных вод, определены направления миграции подземных вод и уточнены глубины залегания водоносных горизонтов, а также определена высота над уровнем моря каждой точки измерения. Полученные данные приведены в Таблице 6.1. Измеренные данные позволили определить величины напора воды в вытекающих потоках в зависимости от изменения уровня воды в чаше водохранилища (на момент измерений и при максимальном уровне воды), а также объемы поступления воды из потока №1 и убыль воды из водохранилища за счет утечки по потоку №3.

Благодаря полученным данным были выполнены приближенные расчеты объемов утечек воды из чаши водохранилища, а также объемы поступления воды через поток №1 (ранее учет по нему не учитывался из-за отсутствия сведений). Предположительно поток №1 и поток №3 (вытекающий) находятся в одном из разломов, ранее существовавших. Однако утечки через поток №3 были менее значимы, т.к. высота инженерных барьеров до реконструкции чаши была ниже. После реконструкции водоупорных инженерных барьеров уровень воды был поднят на несколько метров выше. Это могло со временем привести к увеличению коэффициента фильтрации через слабопроницаемые суглинки с брекчиевидным известняком. Коэффициент фильтрации мог быть 0,1–10 м/сутки.

Таблица 6.1. Точки измерений глубин залегания подземных водоносных горизонтов во втекающем потоке и в потоках высачивания из Чернореченского водохранилища.

№ п/п	Наименование точки	Координаты измерения	Высота над уровнем моря, м	Глубина горизонтов под.вод, h(м)	Примечания
1	2	3	4	5	6
1	SH-1	N 44°29'04,7" E 33°48'15,5"	264	-	Северная граница потока высачивания №4 (через насыпную дамбу)
2	SH-2	N44°29'03,7" E 33°48'14,7"	264	-	Южная граница потока высачивания №4 (через насыпную дамбу)

(продолжение таблицы 6.1)

1	2	3	4	5	6
3	SH-3	N 44°28'52,6" E 33°48'25,4"	254	-	Северная граница основного потока высачивания №3 из водохранилища
4	SH-4	N 44°28'46,7" E 33°48'25,7"	255	-	Южная граница основного потока высачивания №3
5	SH-5	N 44°28'47,2" E 33°48'26,0"	254	h1=7-23	Точка замера глубины залегания водного потока №3 (глубина у берега – 20м)
6	SH-6	N 44°28'49,0" E 33°48'26,0"	260	h1=9-32	Точка замера глубины залегания водного потока №3 (на уровне 260м)
7	SH-7	N 44°28'49,6" E 33°48'24,2"	265	h1=13-40	Точка замера глубины залегания водного потока №3 на горе
8	SH-8	N 44°29'02,3" E 33°47'40,3"	216	-	Северная граница потока №3 (высачивания) за с.Озерное
9	SH-8A	N 44°29'05,7" E 33°47'41,3"	210	-	Начало потока №3 (северная граница) – 24.04.2012
10	SH-9	N 44°28'55,4" E 33°47'40,7"	233	-	Южная граница потока №3 (высачивания) за с.Озерное
11	SH-9A	N 44°28'52,6" E 33°47'41,8"	227	-	SH-8A – SH-9A – ibhbyf gjnjrf (24.04.2012)
12	SH-10	N 44°28'56,9" E 33°47'40,9"	237	h1=11-43	Точка измерения глубины залегания потока (высачивания) №3 за с.Озерное
13	SH-10A	N 44°28'56,4" E 33°47'41,3"	224	h1=11,5-43	Контрольное измерение (24.04.2012)
14	SH-10Б	правее на 20м от т. SH-10		h1=0-0	Выклинки воды шириной 3-4м
15	SH-11	N 44°29'07,8" E 33°47'55,6"	240	-	Родник, выклинки воды шириной 5м
16	SH-12	N 44°29'07,7" E 33°47'55,7"	241	-	Родник (край выклинок)
17	SH-13	N 44°29'07,5" E 33°47'55,7"	241	-	Родник (край выклинок).
18	SH-14	N 44°28'58,2" E 33°49'28,6"	254	h1=0-23	Участок выклинка воды из потока №1 в чашу
19	SH-15	N 44°29'03,7" E 33°49'42,4"	256	h1=6-26	Глубина залегания потока №1 вблизи берега водохранилища
20	SH-16	N 44°29'18,8" E 30°50'10,0"		h1=35-57 h2=110-170 h3=970-1100	Поток №1 Поток №2 (участок перетечки двух потоков) Поток №2
21	SH-17	N 44°29'21,3" E 33°50'13,4"		h1=35-1100	Участок с вертикальным разломом до глубины 1100м (место пересечения 2-х потоков)
22	SH-18	N 44°29'46,1" E 33°50'50"		h1=56-80	Северная сторона потока №1
23	SH-19	N 44°28'33,5" E 33°51'07,2"		h1=180-230 h2=950-1100	Южная сторона потока №2 у с.Родниковское
24	SH-20	N 44°29'04,9" E 33°47'30,6"	214	h1=1-68	Озеро выклинка
25	SH-21	N 44°29'06,4" E 33°47'25,1"	230		Северная граница потока №3

(продолжение таблицы 6.1)

1	2	3	4	5	6
26	SH-22	N 44°28'52,3" E 33°47'24,3"	217		Южная граница потока №3 SH-21 - SH-22 – ширина потока (на 24.04.2012)
27	SH-23	N 44°29'04,1" E 33°48'15,0"	264	h1=17-18	Утечка через плотину шириной 20м
28	SH-24	N 44°30'06,8" E 33°50'49,7"	297		Северная граница потока №1
29	SH-26	N 44°28'28,4" E 33°51'01,2"	257	h1=170-220 h2=938-1066	Скважина, фонтан 1,5м (забор воды из 3-х скважин) у с.Родниковское

В геологическом отношении, дно водохранилища характеризуется в основном глинистыми породами, т.е. пластичными, водоупорными и неподверженными деформациями (незначительным тектоническим подвижкам). Но наряду с ними, выделяется ряд пластов известняков крутого падения (мощность которых может составлять первые десятки метров). Эти известняки легко определяются в прибрежной части водохранилища (например, южнее северной плотины) в виде высыпок щебнистого и грубообломочного материала, что может являться причиной образования утечек воды из водохранилища на этом участке.

Проведенными работами была выявлена субширотная **тектоническая зона, проходящая по центральной части водохранилища**, южнее левой оконечности плотины шириной 150 метров. Известняки, попавшие в эту зону, подверглись интенсивной трещиноватости, дроблению, брекчированию и со временем, ставшими проницаемыми со средним коэффициентом фильтрации до 500 м/сутки.

Приведенные выводы подтверждаются рядом образовавшихся выклинков воды, находящихся ниже водохранилища по простиранию зоны (SH-11, SH-12, SH-13). Зона утечки воды является локальной и в настоящее время не представляется катастрофичной. Расход воды в среднем составляет ~ от 25 000 – 37 000 т/сутки (минимально) до 39 000–50 000 т/сутки (максимально). По этой зоне возможны со временем процессы карстообразования и увеличения утечек до максимальных – 75 000 –100 000 т/сутки (расчеты при максимальном уровне воды в чаше водохранилища).

Фильтрация через природные водоупорные породы с учетом перепада напоров, а также площади фильтрации потока №3 (площадь фильтрации 150 м×20 м = 3000 м²), составила (в зависимости от способа расчета):

- а) при среднем коэффициенте фильтрации ($k_{0,ср} = 0,05$) $Q_{ср} = 25000$ м³/сут, при фактическом уровне – (а.о.+254 м), а $Q_{max} = 37000$ м³/сут (при максимальном уровне воды).
- б) при учете напоров и средних коэффициентах фильтрации, (второй вариант расчета) утечка воды из водохранилища – (а.о.+254 м), а $Q_{ср} = 39000$ м³/сут до $Q_{max} = 50000$ м³/сут.

Расчеты показывают, что даже без учета напора воды в потоке вытечка воды из чаши может составить в зависимости от уровня воды (фактический уровень на момент измерений – а.о. +254 м) от 25–30 тыс. м³/сутки до 35 000 м³/сут – 50 000 м³/сут (при максимальном уровне воды – а.о. +262 м).

Такие крупные объемы высачивания воды существующая система контроля уровня воды в водохранилище должна была бы надежно регистрировать. Однако наличие дополнительного источника подземного поступления воды (объем поступления на 15000–20 000 м³/сут больше вытечки через поток №3) практически не позволяет надежно обнаружить аварийную утечку воды из бассейна (величина надежной регистрации утечек с помощью системы контроля более 25 000 ÷ 30 000 м³/сут).

Более точные данные расчетов утечек могут быть получены только после бурения контрольной скважины в границах вытекающего потока №3 в районе выполненных замеров.

Целесообразно, исходя из минимальных затрат, пробурить 1–2 контрольные скважины глубиной 30–50 м (до пересечения известняков) западнее участка вытечки за возвышенностью, в местах наличия крупных выклинок (ручейков), расположенных восточнее точки измерения.

В качестве дополнительных рекомендаций по увеличению поступления воды через поток №1 можно рекомендовать бурение 1–2 скважин до глубин 200–250 м в месте пересечения 2-х потоков (№1 и №2), что позволит увеличить напор в самотеке потока №1 за счет уменьшения гидравлического сопротивления грунта между горизонтами №2 и №3.

6.7. Выводы

В результате комплексного исследования водоподпорных барьеров Чернореченского водохранилища с применением дистанционных

средств геокосмической фоторазведки и полевой аппаратурой зондирования Земли до глубины 350 метров установлено:

1. Днище чаши водохранилища и основные водоподпорные инженерные сооружения (плотины, противофильтрационные барьеры) в основном обеспечивают необходимые объемы и уровни воды в Чернореченском водохранилище.
2. В западной части плотины на глубинах от 17 до 18 м с шириной около 20 м зарегистрированы слабые водяные протечки, не превышающие допустимых значений. Данный участок (поток №4) контролируется существующей технической системой контроля протечек и не представляет в настоящее время, какой либо опасности для сооружения.
3. В западной части водохранилища (севернее с.Озерное) зарегистрирован участок высачивания воды через породы природного водоподпорного барьера (поток №3), ширина участка ~150 м, мощность вытекающего потока 17–20 м, площадь фильтрации ~3 000 м², ширина потока на расстоянии 1,5 км от участка вытечки практически не увеличивается, что косвенно подтверждают наличие субширотной тектонической зоны с интенсивной трещиноватостью, дроблением и брекчированием известняков, смешанным с суглинками и глинами. В верхнем горизонте этой зоны сформировалась область с повышенной скоростью фильтрации. Скорость фильтрации и ширина увеличивается в период максимальных уровней воды (скорость фильтрации может составлять 13–17 м³ в сутки при той же площади фильтрации).
4. Выполнены расчеты прогнозных объемов утечек воды через участок высачивания (поток №3). Расчеты показывают, что утечки воды в сутки могут составить от 25–30 тыс. м³ до 37–50 тыс. м³ (в зависимости от уровня воды в чаше), что может привести к потере воды в течение года 10–18 млн. м³, в дальнейшем объемы могут возрастать до 70–100 тыс. м³ в месяц, т.е. удваиваться.
5. Фактическая аварийная утечка воды может составлять менее 10–15 тыс. м³ в сутки (меньше на ~30%), т.к. в водохранилище дополнительно впадает подземный поток воды №1 (глубина залегания $h_1 = 6–26$ м), проходящий через чашу водохранилища. Приток воды через него составляет 50–60 тыс. м³/сутки. Поэтому объем утечек не может надёжно выявлен существующей системой контроля объемов запасов воды в объекте.

6. Поток №1 пересекает вблизи водохранилища крупный подземный поток №2, имеющий 2 горизонта ($h_1=110-170$ м; $h_2=970-1100$ м). На площади пересечения этих потоков имеется участок вертикальной разломной зоны, в которой происходит слияние 2-х горизонтов в единый поток, залегающий на глубине от 35 до 1100 метров. За счет этого слияния из нижнего горизонта потока №2 ($h_2=970-1100$ м) вода под напором поступает в верхний горизонт потока №1 и затем в чашу водохранилища. Прогнозный объем поступления воды через поток №1 водохранилища может составлять (площадь фильтрации ~ 5000 м², скорость фильтрации до 10-12 м/сутки) – 50-60 тыс. м³/сутки (18-22 млн. м³ в год).
7. Для расчета точных объемов аварийных утечек воды из водохранилища по потоку №3 целесообразно пробурить контрольную скважину в районе наиболее интенсивных выклинок воды в данном потоке (восточнее с.Озерное).
8. Выявленные утечки подтверждаются многочисленными выклинками воды на поверхности площади потока №3 на расстояниях от участка вытечки до 1,5-2 км, что косвенно доказывает наличие разломной зоны и напора в потоке №3, которые могут в дальнейшем привести к значительному возрастанию объемов утечки воды до максимально возможных $\sim 100-110$ тыс. м³ в сутки.
9. Обнаруженные подземные потоки №1 и №2 подтверждаются наличием на них скважин с самоизливом воды (фонтаны высотой 1÷1,5 м). Скважины расположены на уровне 3-х метров выше уровня воды в водохранилище.
10. После установления более точных объемов аварийных утечек в потоке №3, через природный барьер из пород брекчевидного известняка с суглинками, возможно, потребуется строительство дополнительного инженерного противофильтрационного барьера длиной ~ 150 м.

6.8. Динамическое воздействие природного и техногенного характера на плотину чернореченского водохранилища г.Севастополя

Введение

В г.Севастополе (Крым) вода является одним из основных факторов, определяющих угрозу для безопасности жизнедеятельности населения.

Вода для г.Севастополя поступает из Чернореченского водохранилища, представляющего собой природный водоем наливного типа 2 класса инженерной защиты, конструктивной сейсмостойкостью 7,5 баллов по сейсмической шкале MSK-64, который расположен в Байдарской долине на высоте 260 м над уровнем моря, в 22 км от зоны капитальной городской застройки. Максимальный объем водохранилища – 64 млн. м³ сырой (талой) воды.

Земляная напорная плотина водохранилища возведена из мягких природных материалов на заглубленной подошве. На участке сопряжения фильтрационной преграды призмы плотины с береговым склоном возвышенности Френк Даг, расположено старое русло реки Черная, вследствие чего данный участок представляет зону наибольшего градиента напора (напряжения).

Основные размеры тела плотины: длина по гребню – 1280 м; ширина по верху – 10,0 м; высота от подошвы – 36,0 м.

Для Чернореченской плотины потенциальную угрозу представляет разрушение (прорыв) тела плотины в результате воздействия природных сил (землетрясений, ураганов, ливней, разливов). Плотина может быть подвержена воздействию также поверхностных волн большой амплитуды (цунами, сейшевые волны), при этом причиной их возникновения могут стать лавины, горные обвалы, сели, обрушения в водоемы больших масс грунта.

Потенциальную угрозу представляют также техногенные аварии, вызванные действиями людей (взрывом плотины, ударом самолета и др.).

Последствиями гидродинамических аварий являются: а) разрушения или повреждения гидроузлов и кратковременное или долговременное прекращение выполнения ими своих функций; б) поражение людей и разрушение сооружений волной прорыва, создаваемой в результате разрушения гидродинамических сооружений, имеющей высоту до 100 м и скорость движения 3-25 км/ч (для горных районов до 100 км/ч); в) катастрофическое затопление обширных территорий.

Характерным примером является затопление г.Крымска Краснодарского края 6-7 июля 2012 г, в результате чего по официальным данным погибло 168 человек, что позволяет квалифицировать произошедшие события как региональную катастрофу. Причиной смертельного парадокса явилось затопление г.Крымска волной типа бора, т.е. ударной волной, возникшей на поверхности левобережного мел-

ководья реки Адагум при втекании туда «горба волны», сформированного в горах на притоках реки Адагум. Максимальный расход воды в р.Адагум превысил среднегодовой примерно в 700 раз.

Рассматриваются фундаментальные проблемы решения задач сейсмостойкости плотин. Анализируются «классические» случаи, позволяющие получить замкнутое решение задачи. Рассматриваются также задачи о воздействии цунами, сейшевых волн в замкнутых водохранилищах, а также задачи о воздействии волн типа бора в каналах. Строится численно-аналитическое решение задач по плотине Чернореченского водохранилища в общем случае при нестационарных воздействиях [10]. Трехмерная начально-краевая задача на основе применения численных методов сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами относительно переменной – времени t . Аналитическое решение полученной системы уравнений затем строится модифицированным методом последовательных приближений [11-14].

Рассматриваются задачи об ударе самолета о деформируемую земляную плотину. К решению задач в линейной постановке также применяется модифицированный метод последовательных приближений.

6.8.1. Гидродинамическое воздействие жидкости на земляную плотину при сейсмической нагрузке. Движение жидкости в водохранилище и повышение давления на верхнюю грань плотины описывается волновым уравнением:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\rho}{M_B} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где ϕ – потенциал скоростей движения жидкости; M_B – модуль упругости воды; ρ – плотность жидкости.

Решения задачи о нестационарном сейсмическом воздействии заключается в решении волнового уравнения (1) при соответствующих начальных и граничных условиях. Таким образом мы приходим к трехмерной начально-краевой задаче математической физики, при решении которой используется численно-аналитический подход [10].

На первом этапе, используя процедуру конечных разностей приходим к системе конечно-разностных уравнений следующего вида:

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{M_B Q_{ij}}{\rho F_{ij}}, \quad (2)$$

где Q_{ij} – расход жидкости, вытекающей из рассматриваемого элемента; F_{ij} – площадь данного элемента.

Уравнения (2) представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка, в общем случае с переменными коэффициентами.

Решение системы уравнений (2) осуществляется модифицированным методом последовательных приближений [11-14].

В соответствии с методом система уравнений (2) записывается в нормальной форме Коши:

$$\frac{dX_m}{d\xi} = \sum_{v=1}^{m^*} A_{v,m} X_v + \lambda X_m \quad (m = 1, 2, \dots, m^*). \quad (3)$$

Здесь ξ – безразмерная временная координата.

Решение системы уравнений (3), полученное модифицированным методом последовательных приближений, имеет следующий вид:

$$X_m = \sum_{\mu=1}^{m^*} C_{\mu} \left[\frac{\xi^{\mu-m}}{(\mu-m)!} \delta + \sum_{n=1}^{\infty} X_{m,\mu,n} \right],$$

$$X_{m,\mu,n} = \sum_{\eta=0}^n \phi_{\eta} \cdot \lambda^{\eta}. \quad (4)$$

Здесь μ – номер фундаментальной функции; C_{μ} – постоянные интегрирования.

В выражении (4) функции ϕ_{η} определяются через смещенные полиномы Чебышева $T_k^*(\xi)$ следующим образом:

– при $\eta = 0$

$$\phi_{\eta=0} = \sum_{j=1}^{\beta} t_{m,\mu,n,j} [d_{n+j-1} (n+j-1)!]^{-1} \sum_{k=0}^{n+j-1} a_k T_k^*(\xi); \quad (5)$$

– при $\eta \neq 0$

$$\phi_{\eta \neq 0} = \sum_{j=1}^{\beta} t_{m,\mu,n,j}^* [d_{n+j-2+\eta+\delta_1} (n+j-2+\eta+\delta_1)!]^{-1} \sum_{k=0}^{n+j-2+\eta+\delta_1} a_k T_k^*(\xi). \quad (6)$$

Коэффициенты $t_{m,\mu,n,j}$ и $t_{m,\mu,n,j}^*$ определяются через коэффициенты предыдущего приближения по рекуррентным формулам:

– при $\eta = 0$: $t_{m,\mu,n,j} = \sum_{v=1}^{\beta} \sum_{r=0}^{\beta} b_{v,m,r} t_{v,\mu,n-1,j-r} (n+j-1)^{-1} \prod_{\gamma=0}^r (n+j-1-\gamma)$;

– при $\eta \neq 0$: $t_{m,\mu,n,j}^* = \sum_{v=1}^{\beta} \sum_{r=0}^{\beta} b_{v,m,r} \cdot t_{v,\mu,n-1,\eta,j-k} (n+j-2+\eta+\delta_1)^{-1} \times$
 $\times \prod_{\gamma=0}^r (n+j-2+\eta+\delta_1-\gamma) + \sum_{v=1}^{\beta} \sum_{r=0}^{\beta} \beta_{v,m,r} \cdot t_{v,m,(n-1)(\eta-1)(j-k+1)}$

В дальнейшем, удовлетворяя начальным условиям задачи, получим систему однородных алгебраических уравнений относительно произвольных C_n , решение которой и определит спектр значений безразмерных частот λ_n .

6.8.2. Решение задачи о цунами. Плотины, дамбы, расположенные на берегах водохранилищ, могут быть подвержены воздействию поверхностных волн большой амплитуды (цунами, сейшевые волны, волны типа бора). Одной из причин их возникновения могут быть лавины, горные обвалы, сели, обрушения в водоемы больших масс грунта. Заметим, что выплеск воды при сейшах достигает десятков метров.

При решении задачи о цунами, последние рассматриваются как потенциальные течения тяжелой идеальной несжимаемости жидкости, вызванное кратковременным импульсом:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \quad (7)$$

где $\phi(x, y, z, t)$ – потенциал скоростей.

Условия на свободной поверхности записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \xi}{\partial t} &= 0; \\ g\xi + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь ξ – отклонение свободной поверхности от положения равновесия; p – давление на поверхности.

Задачи (7)-(8) допускает упрощение при следующих допущениях:

- амплитуда волны ξ существенно меньше ее длины λ и глубины h (теория волн малой амплитуды);
- глубина водохранилища существенно меньше длины волны $h/\lambda \ll 1$ (теория длинных волн или теория мелкой воды);
- амплитуда волны существенно меньше ее длины и глубины водохранилища, при этом глубина существенно меньше длины волны (волны малой амплитуды на мелкой воде).

Отметим, что использование различного рода моделей позволяет получить решение ряда практических задач о возбуждении колебаний в каналах, бухтах и т.п.

6.8.3. Решение задачи о солитоне. Задача о распространении солитона (уединенная волна) представляет определенный интерес при решении задач о цунами.

Исходная система уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

сводится к известному уравнению Буссинеска:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{3} (h + \eta) \frac{\partial^3 \eta}{\partial t^2 \partial x} = 0, \quad (10)$$

где \tilde{u} – осредненная по глубине горизонтальная скорость.

Задача о набегании уединенной волны на наклонный берег сводится к одномерной задаче мелкой воды.

6.8.4. Сейшевые волны. Используя теорию мелкой воды решается задача о сейшевых колебаниях, которые возникают на крупных закрытых водохранилищах, обусловленных внезапным перепадом атмосферного давления над различными частями поверхности водохранилища. При такого вида импульсивном воздействии образуются свободные длиннопериодические колебания малой амплитуды.

Для сейшевых колебаний исходное уравнение задачи имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) - \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial p_a}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial p_a}{\partial y} \right). \quad (11)$$

Здесь $p_a(x, y, t)$ – атмосферное давление.

Следует отметить, что при решении задач данного типа необходимо учитывать резонансные свойства водохранилища.

6.8.5. Удар самолета в плотину либо дамбу. Земляная плотина либо дамба представляет собой деформируемое сооружение, поэтому задача решается о совместном движении самолета и сооружения. Такие задачи обуславливаются авиакатастрофами, либо террористическими актами.

Рассматривается общий случай удара самолета в деформируемую преграду, моделирующую земляную плотину в постановке А.Н.Бирбраера [16].

Плотина рассматривается как линейно упругая система с n степенями свободы, при этом удар осуществляется по направлению ее k -й степени свободы. В процессе удара одновременно осуществляется

смятие фюзеляжа и перемещение плотины. Совместное движение плотины и самолета исследуется в неподвижной системе координат xOy , при этом начало координат совпадает с точкой удара, а ось Ox совпадает с k -й степенью свободы. Система уравнений движения плотины записывается следующим образом:

$$[M] \left\{ \frac{d^2 x}{dt^2} \right\} + [K] \{x\} = \{j\} R(t). \quad (12)$$

Здесь $\{x\}$ и $\{d^2 x/dt^2\}$ – векторы перемещений и ускорений; $[M]$ и $[K]$ – матрицы масс и жесткостей; $\{j\}$ – вектор, $j_k = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$; $R(t)$ – нагрузка на плотину.

Выражение для нагрузки на вертикальную преграду, полученное Рьерой, записывается в виде:

$$R(t) = P[\xi(t)] + \left(\frac{d\xi(t)}{dt} \right)^2 (t) \mu[\xi(t)]. \quad (13)$$

Первый член в правой части представляет собой статическую составляющую нагрузки, а второй член – динамическую.

В дальнейшем к решению задачи, описываемой системой обыкновенных дифференциальных уравнений в общем случае с переменными коэффициентами применяется модифицированный метод последовательных приближений [11-14].

Предварительные научно-исследовательские работы, выполненные в 2011-2014 гг, показали, что на одном участке Чернореченской плотины и за границей плотины зафиксированы протечки воды. Особенно значительны протечки воды через поток №3, составляющие 10-15 млн m^3 /год, что требует принятия срочных мер [15].

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и субъекта РФ г.Севастополя в рамках научного проекта №14-48-01043 код р_юг_а.

Литература к главе VI

1. Пухлий В.А., Пухлий Ж.А., Ковалев Н.И. Ядерный магнитный резонанс. Теория и приложения. – Севастополь: Изд-во «Черкасский ЦНТЭИ», 2010. – 670 с.
2. Пухлий В.А., Пухлий Ж.А., Ковалев Н.И. Лазеры. Теория и приложения. – Севастополь: Изд-во «Черкасский ЦНТЭИ», 2008. – 532 с.
3. Майко В.П., Иванов В.А., Ташлык М.П. "Выявление геофизических аномалий по фотографическим снимкам из космоса". Доклад на IX

Международном симпозиуме "Перестройка естествознания - 98", г.Волгодонск, 17-19 апреля 1998, с. 75-96.

4. Ковалев Н.И., Белявский Г.А. и др. Новое в дистанционной технологии экологического мониторинга подземных и подводных объектов, а также поиске полезных ископаемых. – Экология и ресурсы, №9, 2004, с.108-114.
5. Ковалев Н.И., Солдатова С.В. и др. отчет НИР «Поиск подземных питьевых вод в пустыне Гоби (Монголия)», шифр «Вода», 2012 г., 105 стр.
6. Ковалев Н.И., Филимонова Т.А. и др. Оценка возможностей использования дистанционных технологий поиска полезных ископаемых при освоении углеводородных ресурсов на шельфах. – Ж. института оптики атмосферы СО РАН. Материалы 3-го Всероссийской конференции «Добыча, подготовка, транспортировка нефти и газа». – Томск, 20-24 сентября, 2004, с.67-70.
7. Сухорада А.В. Частотная зависимость магнитной восприимчивости горных пород и грунтов как возможный предмет исследования в комплексе прямых поисков полезных ископаемых. – Вестник Киевского университета, 2006, №7, с.15-20.
8. Ковалев Н.И., Солдатова С.В. и др. Проведение гидрологического исследования Чернореченского водохранилища для выявления аварийных утечек воды через днище и водоподпорные сооружения объекта; отчет НИР; Севастополь, СНУЯЭиП, 2011.-53 стр.
9. Пат.86496 Украина, МПК (2013.01) G01V 9/00. Способ поиска месторождений полезных ископаемых по информационно-аналоговым фотоснимкам поверхности земли / Ковалев Н.И, Иващенко П.Н.; заявитель и патентообладатель Ковалев Н.И.; заяв. 12.11.2013; опубл. 25.12.2013 Бюл. №24.
10. Пухлий В.А. и др. К проблеме динамического воздействия природного и техногенного характера на плотину Чернореченского водохранилища г.Севастополя. – Сборник докладов на XI Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань, 20-24 августа 2015 г. – РАН. Казань: Изд-во Казан. Ун-та, 2015, с.3164-3167.
11. Пухлий В.А. Метод аналитического решения двумерных краевых задач для систем эллиптических уравнений. – Журн. вычисл. матем. и матем. физики, 1978, том 18, №5, с.1275-1282.

12. Пухлий В.А. Об одном подходе к решению краевых задач математической физики, - Дифференциальные уравнения, 1979, том 15, №1, с.2039-2043.
13. Пухлий В.А. Применение модифицированного метода последовательных приближений к задачам устойчивости и колебаний. – Сб.Прикладные задачи математики. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2014, с.15-20.
14. Пухлий В.А. Решение начально-краевых задач математической физики модифицированным методом, последовательных приближений. - Обзорение прикладной и промышленной математики, том 22, вып.4, 2015, 64, с.493-495.
15. Ковалев Н.И., Пухлий В.А., Солдатова С.В., Померанская А.К. Решение проблемы обеспечения сохранности водных ресурсов Чернореченского водохранилища г.Севастополь. – Евразийский Союз Ученых (ЕСУ) – Ежемесячный научный журнал, №2(11), 2015, с.162-168.
16. Бирбраер А.Н., Роледер А.Ю. Экстремальные воздействия на сооружения. – СПб.: Изд-во Политехн. Ун-та, 2009. – 594 с.

ГЛАВА VII. НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА, ЛЕЖАЩИЕ В ОСНОВЕ ПРИМЕНЯЕМОЙ АППАРАТУРЫ ДИСТАНЦИОННОГО ГЕОФИЗИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА «ПОИСК»

7.1. К задаче спинового эха в теории ядерного магнитного резонанса

7.1.1. Введение. Затухание сигнала свободной прецессии, обусловленное неоднородностью постоянного магнитного поля, является обратимым процессом. На этом свойстве обратимости основан один из нестационарных методов ЯМР – метод спинового эха. Сущность метода заключается в наблюдении сигналов ядерной индукции при воздействии на систему спинов несколькими радиочастотными импульсами.

Если поле H_1 включается лишь на короткое время t_w , малое по сравнению с T_1 или T_2 , тогда m^* в момент выключения еще сохраняет конечную величину. При этом возникает экспоненциально затухающая свободная прецессия вектора m , которая позволяет наблюдать сигнал в течение некоторого времени после выключения поля H_1 . Впервые данное явление обнаружил Ф.Блох [1]. Такие методы обладают большими достоинствами, поскольку сигнал наблюдается без воздействия радиочастотного поля, при этом исключаются явление насыщения, а также другие эффекты, обусловленные полем H_1 . Наблюдение сигнала упрощается, поскольку нет необходимости измерять малое напряжение сигнала в присутствии относительно большого переменного напряжения.

При экспериментальных исследованиях необходимо, чтобы времена релаксации превышали постоянную затухания радиочастотной системы T_c (время установления колебаний):

$$T_1, T_2, T_2' > T_c. \quad (1)$$

Следует заметить, что соотношения (1) обозначают отсутствие влияния аппаратуры (контура) на форму наблюдаемого сигнала, хотя в общем случае это не так и в действительности имеется обратное воздействие радиочастотного контура на спиновую систему.

Отметим, что принципиально новые возможности наблюдения ЯМР появляются в случаях воздействия на систему спинов нескольких радиочастотных импульсов, следующих друг за другом. Поведение ядерной намагниченности при двух импульсах, разделенных вре-

менем τ , впервые рассчитал Е.Хан [2], который также экспериментально открыл ряд эффектов. В частности, спустя время τ сек после второго радиочастотного импульса появляется сигнал, амплитуда которого зависит от τ . Данная зависимость определяется временем T_2 и трансляционной подвижностью отдельных ядер в образце. В результате становится возможным измерять время поперечной релаксации T_2 , не искаженное влиянием неоднородностью магнитного поля.

Таким образом, метод спинового эхо применим в случае, когда:

$$\tau < T_1, T_2. \quad (2)$$

Метод спинового эхо является важным при исследовании процессов в жидкостях, поскольку именно жидкости характеризуются большими временами релаксации.

Следует отметить, что при добавлении третьего радиочастотного импульса, можно измерить также T_1 . Среди множества вариантов с различными комбинациями импульсов наибольшее значение имеют два: а) метод Хана с двумя-тремя импульсами [2]; б) метод Карра и Парселла [3].

Явление спинового эхо можно использовать для задержки и оперативного запоминания радиочастотных сигналов. Если в двухимпульсной методике рассматривать первый импульс как информационный, а второй импульс рассматривать как управляющий (или считывающий), тогда при регулировании интервала между импульсами возможно вызвать сигнал эхо в определенный момент времени. Следовательно, спиновая система будет выполнять функцию запоминающего устройства.

Устройства для обработки информации, основанные на методе спинового эхо, носят название спиновых процессоров.

Весьма важными являются случаи, когда информационный импульс является слабым (малосигнальное приближение). В этих случаях спиновая система функционирует в линейном режиме относительно информационного сигнала, в результате спиновое эхо воспроизводит сигнал по форме, но в зеркальном, т.е. обращенном во времени изображении.

7.1.2. Математическая теория спинового эхо. Физические основы появления сигнала спинового эхо достаточно хорошо демонстрируются при помощи векторной модели [4]. На рис.1 показано распределение во времени радиочастотных импульсов и сигналов эхо в методе Хана.

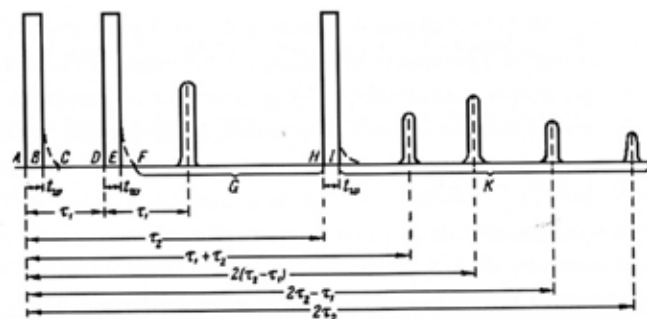


Рис. 1. Распределение во времени радиочастотных импульсов и сигналов эхо в методе Хана

В качестве математической теории используются известные уравнения Блоха [5], которые представляют собой уравнения движения магнитных моментов μ_1 . В результате для трех компонент ядерной намагниченности можно записать:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_x}{dt} - \gamma(M_y H_z - M_z H_y) + \frac{1}{T_2} M_x &= 0; \\ \frac{dM_y}{dt} - \gamma(M_z H_x - M_x H_z) + \frac{1}{T_2} M_y &= 0; \\ \frac{dM_z}{dt} - \gamma(M_x H_y - M_y H_x) + \frac{1}{T_1} M_z &= \frac{1}{T_1} M. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В уравнениях (3) M – равновесная намагниченность ($M = \chi_1 H$), а M_x , M_y , M_z – мгновенные значения, намагниченности, обусловленные внешними воздействиями; T_1 – время продольной релаксации; T_2 – время поперечной релаксации; γ – гиромагнитное отношение.

Действующее в плоскости xu переменное магнитное поле является линейно поляризованным (с амплитудой $2H_1$). Компоненты поля:

$$H_x = H_1 \cos \alpha t; \quad H_y = \mp H_1 \sin \alpha t; \quad H_z = H. \quad (4)$$

При этом знак компоненты H_y определяется знаком γ .

Кроме того, имеем:

$$M = \chi_1 H. \quad (5)$$

Поскольку фазовый угол между M_x и G_1 будет зависеть от $\omega - \omega_0$ и от других условий, введем вместо M_x и M_y две новые компоненты:

$$M_x = u \cdot \cos \alpha t - v \cdot \sin \alpha t; \quad M_y = \mp(u \cdot \sin \alpha t + v \cdot \cos \alpha t). \quad (6)$$

Здесь u – намагниченность, вращающаяся синфазно с G_1 , а v – намагниченность, опережающая G_1 на $\pi/2$.

Подставляя выражения (6) и (4) в уравнения (3), получим:

$$\left(\frac{du}{dt} - v\omega + |\gamma|vH + \frac{u}{T_2}\right) \cos \alpha t - \left(\frac{dv}{dt} + u\omega - |\gamma|uH + |\gamma|H_1M_z + \frac{v}{T_2}\right) \sin \alpha t = 0;$$

$$\mp \left\{ \left(\frac{dv}{dt} + u\omega - |\gamma|uH + |\gamma|H_1M_z + \frac{v}{T_2}\right) \cos \alpha t + \left(\frac{du}{dt} - v\omega + |\gamma|vH + \frac{u}{T_2}\right) \sin \alpha t \right\} = 0; \quad (7)$$

$$\frac{dM_z}{dt} - |\gamma|vH_1 + \frac{1}{T_1}(M_z - M) = 0.$$

Введем следующее обозначение:

$$\Delta\omega = \gamma H - \omega = \omega_0 - \omega. \quad (8)$$

Тогда уравнение (3) можно записать следующим образом:

$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{T_2} + \Delta\omega v = 0;$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{T_2} - \Delta\omega u = -|\gamma|H_1M_z;$$

$$\frac{dM_z}{dt} + \frac{M_z}{T_1} - |\gamma|vH_1 = \frac{M}{T_1}. \quad (9)$$

Введем безразмерные величины:

$$\tau = |\gamma|H_1 t; \quad \beta^* = \frac{1}{|\gamma|H_1 T_2}; \quad \delta = \frac{\Delta\omega}{|\gamma|H_1}. \quad (10)$$

Тогда из (3) получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{d\tau} + \beta^* u + \delta v &= 0; \\ \frac{dv}{d\tau} + \beta^* v - \delta u + M_z &= 0; \\ \frac{dM_z}{d\tau} + \alpha M_z - v &= \alpha M. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Следует отметить, что

$$\chi' = \frac{u}{2H_1}; \quad \chi^* = \frac{v}{2H_1}. \quad (12)$$

Таким образом, χ^* и v выражает поглощенную мощность, т.е. сигнал поглощения, а χ' или u выражает сигнал дисперсии. Таким образом, χ^* вызывает изменение добротности контура, χ' — его расстройку. Как известно, классические уравнения Блоха справедливы для одиночных узких линий, характерных для жидкостей. В этом случае они достаточно удовлетворительно описывают основные черты явления ЯМР. Анализ решения этих уравнений позволяет получить сведения об интенсивности, ширине и форме резонансной линии, явления насыщения, переходных процессах и т.д.

К уравнениям Блоха должны быть присоединены начальные условия, которые, как правило, определяются величинами M_x , M_y , M_z .

Следует отметить, что общее решение системы уравнений (3) представляет значительные трудности, поскольку величины H_z и ω зависят от времени, т.е. система (3) представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами [6].

Известны различные подходы к решению системы уравнений Блоха. Одно из первых было решение С.Д.Гвоздовера и А.А.Магазаника [7], при котором система уравнений ЯМР сводилась к интегральному уравнению Вольтерра второго рода, решаемое методом последовательных приближений. Однако, получающиеся при этом подходе ряды обладают медленной сходимостью, в результате чего указанный подход мало пригоден для практического применения.

Следует также отметить, что все полученные результаты, как правило, относятся либо к идеализированным моделям, либо к предельным случаям медленного или быстрого включения.

7.1.3. Аналитическое решение уравнений Блоха. Система уравнений Блоха с точки зрения математической физики представляет собой начальную задачу Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которая представляется следующим образом [6]:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \dots \\ \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{cases}, \quad \begin{cases} y_1(x_0) = y_{01} \\ y_2(x_0) = y_{02} \\ \dots \\ y_n(x_0) = y_{0n} \end{cases}, \quad (13)$$

или в матричной форме:

$$\frac{dy}{dx} = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}), \quad \mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0, \quad (14)$$

$$\text{где } \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}_0 = \begin{pmatrix} y_{01} \\ y_{02} \\ \dots \\ y_{0n} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Система дифференциальных уравнений связывает независимую переменную x , искомые функции y_1, y_2, \dots, y_n и их первые производные. В данном случае решение задачи Коши заключается в отыскании функции $y_1 = y_1(x)$, $y_2 = y_2(x)$, ..., $y_n = y_n(x)$, обращающих каждое уравнение

системы в тождество на конечном или бесконечном интервале (a, b) и удовлетворяющих начальным условиям.

Такая форма записи задачи Коши является канонической для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. К ней могут быть приведены как любые другие формы представления систем дифференциальных уравнений, разрешенных относительно старших производных, так и дифференциальные уравнения высших порядков.

Приведение дифференциальных уравнений высших порядков к нормальной системе дифференциальных уравнений осуществляется по следующей схеме. Пусть имеется задача Коши следующего вида:

$$\frac{d^n y}{dx^n} = f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}, \dots, \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}\right), \quad (16)$$

$$y(x_0) = y_{01}, \quad \frac{dy(x_0)}{dx} = y_{02}, \quad \frac{d^2 y(x_0)}{dx^2} = y_{03}, \dots, \quad \frac{d^{n-1} y(x_0)}{dx^{n-1}} = y_{0n}, \quad (17)$$

Замена переменных

$$y_1 = y, \quad y_2 = \frac{dy}{dx}, \quad y_n = \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}, \quad (18)$$

сводит ее к нормальной системе дифференциальных уравнений с начальными условиями:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = y_2 \\ \frac{dy_2}{dx} = y_3 \\ \dots \\ \frac{dy_{n-1}}{dx} = y_n \\ \frac{dy_n}{dx} = f(x, y_1, \dots, y_n) \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(x_0) = y_{01} \\ y_2(x_0) = y_{02} \\ \dots \\ y_{n-1}(x_0) = y_{0n-1} \\ y_n(x_0) = y_{0n} \end{cases} \quad (19)$$

образующих задачу Коши.

Для решения такой задачи Коши используются те же методы, что для обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Это обуславливается тем, что матричная форма записи задачи Коши для нормальной системы полностью совпадает с ее формулировкой для этих уравнений. Аналогична для нее и теорема о существовании единственного решения. Единственным отличием здесь является то, что вместо функций $y(x)$ и $f(x, y)$ используются вектор-функции y и f , состоящие из n функций $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ и $f_1(x, y_1, \dots, y_n), f_2(x, y_1, \dots, y_n), \dots, f_n(x, y_1, \dots, y_n)$, соответственно. При этом расчетные схемы методов и оценки их погрешностей сохраняются.

В дальнейшем к решению начальной задачи Коши применяется модифицированный метод последовательных приближений, разработанный профессором В.А.Пухлий и опубликованный им в изданиях Академии наук [8,9]. Рассмотренный в настоящем разделе модифицированный метод последовательных приближений [8,9] отличается от классического метода Пикара тем, что в процессе каждого последовательного приближения здесь не нужно удовлетворять граничным условиям задачи, которые выполняются только один раз для построенного по определенным правилам общего решения дифференциального уравнения, либо системы их. Впоследствии был также разработан вариант модифицированного метода последовательных приближений в смещенных полиномах Чебышева, который обладает существенной быстротой сходимости по сравнению с прежним вариантом.

Запишем систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами в нормальной форме Коши:

$$\frac{dX_m}{d\xi} = \sum_{v=1}^{m^*} A_{v,m} X_v + \lambda_m X_m, \quad (m = 1, 2, \dots, m^*). \quad (20)$$

Здесь X_m – неизвестные безразмерные функции; $A_{v,m}$ – переменные коэффициенты; λ_m – параметр частоты; $\xi = \frac{t}{t_0}$ – безразмерная временная координата; v – номер неизвестной функции, при которой стоит коэффициент $A_{v,m}$; m – номер уравнения.

Решение системы (20) будем строить модифицированным методом последовательных приближений [8,9]. В соответствии с методом переменные коэффициенты $A_{v,m}$ представим степенными полиномами, непрерывными на интервале изменения независимой переменной:

$$A_{v,m} = \sum_{k=0}^{\mu} a_{v,m,k} \xi^k; \quad (21)$$

Общее решение системы дифференциальных уравнений (20) запишется следующим образом:

$$X_m = \sum_{\mu=1}^{m^*} C_{\mu} \left[\frac{\xi^{\mu-m}}{(\mu-m)!} \delta + \sum_{n=1}^{\infty} X_{m,\mu,n} \right]; \quad (22) \quad X_{m,\mu,n} = \sum_{\eta=0}^{\infty} \phi_{\eta} \cdot \lambda^{\eta}. \quad (23)$$

Здесь μ – номер фундаментальной функции; C_{μ} – постоянные интегрирования.

В выражении (23) функции ϕ_{η} определяются следующим образом:

— при $\eta = 0$

$$\phi_{\eta=0} = \sum_{j=1}^{\beta} b_{m,\mu,j,n} \frac{\xi^{n+j-1}}{(n+j-1)!}; \quad (24)$$

где $\beta = n(q+3) - 2$.

Коэффициенты $b_{m,\mu,j,n}$ и $b_{m,\mu,j,n}^*$ в выражениях (24) и (25) определяются через коэффициенты предыдущего приближения по рекуррентным формулам:

$$b_{m,\mu,j,n} = \sum_{v=1}^m \sum_{k=0}^q a_{v,m,k} b_{v,\mu,(n-1)(q,j-k)} \cdot \frac{1}{n+j-1} \prod_{\gamma=0}^k (n+j-1-\gamma); \quad (26)$$

$$b_{m,\mu,j,n}^* = \sum_{v=1}^m \sum_{k=0}^q a_{v,m,k} \cdot b_{v,\mu,(n-1)(q,j-k)} \cdot \frac{\prod_{\gamma=0}^k (n+j-2+\eta+\delta_1-\gamma)}{(n+j-2+\eta+\delta_1)} + \sum_{v=1}^m \sum_{k=0}^q \beta_{v,m,k} b_{v,\mu,(n-1)(q-1)(j-k+1)} \quad (27)$$

В дальнейшем удовлетворяя начальным условиям, получим систему однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных C_{μ} , решение которой и определяет спектр значений безразмерных частот λ_m .

7.1.4. Анализ полученных результатов. Предварительно следует отметить, что при численной реализации разработанного решения начальной задачи Коши, используемые уравнения Блоха должны быть представлены в безразмерной форме.

При переходе в уравнениях Блоха к безразмерным величинам, необходимо выразить все магнитные моменты через равновесную намагниченность $M = \gamma_1 H$,

все времена через T_2 , а магнитные поля через ΔH_2 :

$$X_1 = \frac{M_x}{M}; \quad X_2 = \frac{M_y}{M}; \quad X_3 = \frac{M_z}{M}; \quad h_1 = H_1 \gamma T_2 = \frac{H}{\Delta H_2}; \quad h_m = H_m \frac{\gamma T_2}{2} = \frac{H_m}{2 \Delta H_2};$$

$$d_0 = (\gamma H - \omega_0) T_2 = \frac{H - (\omega_0 / \gamma)}{\Delta H_2}; \quad S = \frac{t}{T_2}; \quad b = \frac{T_2}{T_1}; \quad \Omega = \Omega_m T_2.$$

Тогда вместо (3) получим новую систему уравнений в безразмерной форме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX_1}{ds} + X_1 + (d_0 + 2h_m \cos \Omega s) X_2 &= 0; \\ \frac{dX_2}{ds} + X_2 - (d_0 + 2h_m \cos \Omega s) X_1 + h_1 X_3 &= 0; \\ \frac{dX_3}{ds} + X_3 - h_1 X_2 &= b. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Здесь величина Ω характеризует периодическое изменение H , ее можно представить в виде:

$$\Omega = \frac{\Omega_m / \gamma}{\Delta H_2} = \frac{\Delta H_m}{\Delta H_2}. \quad (29)$$

Таким образом, величина Ω равна отношению поля, соответствующего частоте модуляции Ω_m к ширине линии, определяемой соотношением:

$$\Delta H_2 = \frac{1}{\gamma T_2}. \quad (30)$$

В целом ряде работ Г.Пфайфера исследовались сигналы эхо методом Хана в маловязких жидкостях (дистиллированная вода, раствор нитрата железа, 0,02M-раствор CuSO_4). В частности, в [10], экспериментально было установлено, что наибольшая амплитуда сигнала наблюдается при:

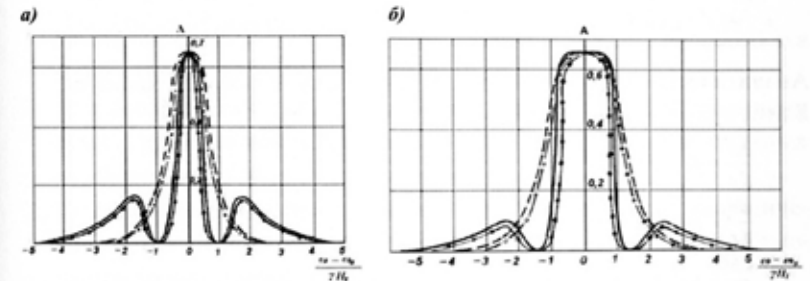


Рис. 2. Влияние расстройки на амплитуду первичного эхо: а) — $\gamma H_1 t_w = 2\pi/3 + 2\pi$; — $\gamma H_1 t_w = 2\pi/3$; б) — $\gamma H_1 t_w = 4\pi/3 + 2\pi$; — $\gamma H_1 t_w = 4\pi/3$; —○— результаты авторов; — результаты [10].

$$\xi_{\max} = \begin{cases} \frac{2\pi}{3} + 2n\pi, \\ \frac{4\pi}{3} + 2n\pi, \end{cases} \quad (n=0,1,2,3,\dots) \quad (31)$$

Следует отметить, что условие (31) удовлетворяется подбором величины H_1 или t_w . Проведенные расчеты справедливы для случая, когда частота радиочастотного поля совпадает со средней резонансной частотой образца ω_0 . Г.Пфайфер вычислил зависимость амплитуды эхо от $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ [10]. Если в выражении (31) $n=0$ амплитуда эхо имеет единственный максимум при $\Delta\omega=0$.

Ширина кривой $|v|_{\max} = f(\Delta\omega)$ будет различной в зависимости от того, принято ли значение ξ равным $2\pi/3$ или $4\pi/3$. При $n=1$ появляются кроме того, боковые максимумы, симметричные относительно $\Delta\omega=0$. На рис.2 представлены расчетные кривые, которые были под-

тверждены и экспериментально. Результаты авторов представлены кривыми с кружочками. Как следует из рис.2 совпадение достаточно близкое.

На рис.3 представлены величины амплитуды спинового эхо в случае резонанса как функция от $t_w/\gamma H_1 T_2^2$. Результаты авторов показаны на рис.3 кривыми с кружочками.

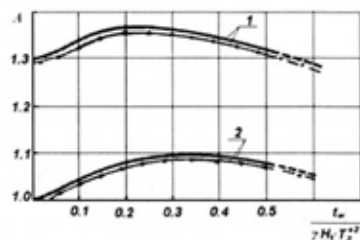


Рис.3. Величины амплитуды спинового эхо в случае резонанса, как функции от $t_w/\gamma H_1 T_2^2$: кривая 1 - $\gamma H_1 t_w = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$; $\frac{4\pi}{3} + 2k\pi$; кривая 2 - $2 - \gamma H_1 t_w = \frac{\pi}{2}$.

Аналитическое рассмотрение осуществлялось на основе уравнений Блоха в форме (11):

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{d\tau} + \beta u + \delta v &= 0; \\ \frac{dv}{d\tau} + \beta v - \delta u + M_z &= 0; \\ \frac{dM_z}{d\tau} + \alpha M_z - v &= \alpha M. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Уравнения (32) получены из системы (11) при замене β^* на величину

$$\beta: \beta = \frac{1}{\gamma H_1} \cdot \frac{1}{T_2}.$$

Начальные условия принимались в виде: $u = u_0^* M$; $v = v_0^* M$;

$$M_z = m_0^* M.$$

Через $\delta\omega(t')$ обозначалось отклонение частоты прецессии одного спина к моменту t' от среднего значения ω_0 . Все ядра, находящиеся в одинаковом магнитном поле и следовательно имеющие одинаковые $\delta\omega(t')$, объединялись в одну изохроматическую группу [11].

В заключение следует особо подчеркнуть, что при измерении слабых магнитных полей, в частности, магнитного поля Земли, преимущество методов спинового эхо состоит в том, что при помощи вспомогательного поля искусственно увеличивается величина ядерной намагниченности, вследствие чего удается наблюдать ядерную индукцию в полях ниже 0,5 гс. На этом принципе были разработаны

магнитометры для измерения земного поля [12, 13], которые независимо от точной ориентации всегда дают абсолютное значение магнитного поля. Данные магнитометры возможно использовать на самолетах для быстрой оценки распределения магнитного поля Земли. Важным является также тот факт, что поскольку ошибка измерения частоты обратно пропорциональна времени, в течение которого осуществляется измерение, то при этом точность измерения ограничивается величиной T_2 , т.е. ошибка измерения определяется следующим соотношением: $\delta H_k \approx \frac{1}{\gamma T_2}$.

Экспериментальный прибор является очень простым, поскольку не требуется модуляции и, кроме того, точное значение и однородность поля H_0 не играют существенной роли.

7.1.5. Выводы

1. Предложен аналитический подход к решению задач спинового эхо Хана в теории ядерного магнитного резонанса.
2. Для решения начальных задач Коши, описываемых уравнениями Блоха, применяется модифицированный метод последовательных приближений [8,9].
3. Полученные результаты сравниваются с известными теоретическими и экспериментальными результатами других авторов. Отмечается хорошее совпадение.

Литература к разделу 7.1.

1. Bloch F. Nuclear induction. – Phys. Rev., 1946, vol.70, p.460.
2. Hahn E.L. Spin-echos. – Phys. Rev., 1950, vol.80, №4, p.580-594.
3. Carr H.Y., Purcell E.M. Effects of Diffusion on free precession in nuclear resonance experiments. – Phys. Rev., 1954, vol.94, №3, p.630-638.
4. Лёше А. Ядерная индукция. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. – 681 с.
5. Bloch F., Wangsness R.K. Дифференциальные уравнения ядерной индукции. – Phys. Rev., vol.78, 1950, p.82.
6. Пухлий В.А. Численные методы. Теория и практика в среде MATLAB. В 2-х томах. Том I. – Севастополь, изд-во «Черкасский ЦНТЭИ», 2007. – 412 с. Том II. – Севастополь, Изд-во «Черкасский ЦНТЭИ», 2008. – 762 с.

7. Гвоздовер С.Д., Магазаник А.А. Изучение парамагнетизма атомных ядер методом магнито-спинового резонанса. – Журн. exper. и теорет. физики, том 20, вып.8, 1950, с.705-721.
8. Пухлий В.А. Метод аналитического решения двумерных краевых задач для систем эллиптических уравнений. – Журн. вычисл. матем. и матем. физики, 1978, том 18, №5, с.1275-1282.
9. Пухлий В.А. Об одном подходе к решению краевых задач математической физики. – Дифференциальные уравнения, 1979, том 15, №11, с.2039-2043.
10. Pfeifer H. Die amplitude des primären Echos bei der Hahnschen Spin-Echo-Methode. – Annalen der Physik, Band 17. Heft 1, 1955, s.23-27.
11. Das T.P., Saha A.K. Математический анализ экспериментов по спиновому эхо методом Хана. – Phys. Rev., vol.93, 1954, p.749.
12. Waters G.S., Philips G. Новый метод измерения магнитного поля Земли. – Geophys. prospecting., vol.4, 1956, p.1.
13. Zimmerman J.R., Williams D. Использование атома водорода в фотоманометрической съемке. – Oil and Gas, vol. 88, 1955.

7.2. К задаче о реакции приемного контура в магнитном поле Земли

7.2.1. Введение. Одним из важных вопросов в теории свободной ядерной индукции в магнитном поле Земли является исследование реакции контура, т.е. обратное воздействие на ядерную прецессию наведенных вращающейся намагниченностью электромагнитных колебаний в контуре.

Количественное исследование реакции приемного контура можно осуществить на основе классического подхода, поскольку совокупность спинов в когерентном состоянии можно трактовать в терминах макроскопической намагниченности.

Общая теория явления может быть построена на основе дифференциальных уравнений для связанной системы, которая с одной стороны содержит феноменологические уравнения Блоха для образца с прецессирующей намагниченностью, а с другой включает в себя также уравнение приемного контура.

М.Паккард и Р.Вариан [1, 2] разработали метод наблюдения сигналов свободной ядерной индукции в слабых магнитных полях, характерной особенностью которого является предварительная поляризация ядер в образце вспомогательным сильным полем H^* , ориенти-

рованным перпендикулярно слабому полю H_0 . Свободная прецессия вектора ядерного намагничивания M вокруг направления H_0 возникает в результате достаточно быстрого (неадиабатического) выключения поля H^* и наводит сигнал соответствующей частоты в приемной катушке. Предложенный метод широко используется в геомагнитных исследованиях, а также в некоторых разделах радиоспектроскопии высокого разрешения.

В дальнейшем Н.Бломберген и Р.Паунд [3] разработали общую теорию явления, которая строится на основе решения связанной системы дифференциальных уравнений, состоящей из образца с прецессирующей намагниченностью и колебательных контуров (в общем случае двух). Токи в контурах подчиняются обычным уравнениям с добавлением членов, описывающих наводимую образцом ЭДС, а движение вектора M описывается феноменологическими уравнениями Блоха. Поперечные компоненты действующего на M магнитного поля зависят от токов в контурах, в конечном счете также и от движения вектора M . В общем случае система уравнений получается нелинейной и ее решение довольно проблематично [4].

В последствии К.В.Владимирский [5] рассмотрел процесс неустойчивости вектора ядерной намагниченности, направленного антипараллельно внешнему полю и взаимодействующего с колебательным контуром достаточно высокой добротности. Самовозбуждение прецессии вектора M имеет место в случаях, когда $\tau_R \ll T_2$. С.Блум [6] провел расчеты реакции контура для частного случая $T_1 = \infty$, при этом T_2 конечно. В работе Ф.И.Скрипова и Э.Л.Альтмана [7] исследовалось влияние реакции приемного контура на огибающую и на частоту сигнала свободной ядерной индукции в слабом магнитном поле. Исследовался случай одинакового продольного (T_1) и поперечного (T_2) времени релаксации. Для исследования общего случая использовались численные методы, в частности, метод Рунге-Кутты четвертого порядка [4]. Рассматривался также вопрос о реакции приемного контура при наличии мультиплетной структуры сигналов ЯМР.

7.2.2. Формулировка задачи. При формулировке исходной задачи будем считать, что образец взаимодействует лишь с одним колебательным контуром, при этом постоянная времени последнего $T_K \ll T_1, T_2, \tau_{\infty}$.

Примем, что поле H_0 и ось приемной катушки направлены соответственно вдоль осей Oz и Ox прямоугольной системы координат. Тогда выражения для M_x и M_y запишутся в виде:

$$M_x = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]; \quad M_y = -A(t) \sin[\omega_0 t + \varphi(t)]. \quad (1)$$

Здесь $\omega_0 = \gamma H_0$ — резонансная частота, а $\varphi(t)$ описывает возможный уход фазы прецессии в результате приемного контура. Знаки в выражениях (1) соответствует частному случаю $\gamma > 0$.

Запишем выражение для магнитного поля, создаваемого индуцированным в контуре током:

$$H'_x = \frac{2B}{\gamma} A(t) \sin[\omega_0 t + \varphi(t) - \delta]. \quad (2)$$

Здесь величины B и δ следующие:

$$B = \frac{2\pi\gamma Q}{\sqrt{1+Q^2(\omega_0/\omega_K - \omega_K/\omega_0)^2}} \left(\frac{\omega_0}{\omega_K} \right) \cong 2\pi\gamma Q; \quad (3)$$

$$\delta = \arctg \left[Q \left(\frac{\omega_0}{\omega_K} - \frac{\omega_K}{\omega_0} \right) \right] \cong 2Q \frac{\omega_0 - \omega_K}{\omega_K}, \quad (4)$$

где ω_K — резонансная частота приемного контура.

В правой части (3) и (4) приближенные выражения будут справедливыми при небольших расстройках $\omega_0 - \omega_K$. При строгом подходе в выражениях (3) и (4) вместо ω_0 необходимо бы писать $\omega_0 + \frac{d\varphi}{dt}$, однако проведенные оценки показывают, что $\frac{d\varphi}{dt}$ всегда несравненно меньше ширины полосы приемного контура, поэтому влиянием данной величины на B и δ вполне можно пренебречь.

Переходя от линейно поляризованного поля (2) к вращающемуся, получим:

$$H_x = \frac{B}{\gamma} A \sin(\omega_0 t + \varphi - \delta); \quad H_y = \frac{B}{\gamma} A \cos(\omega_0 t + \varphi - \delta). \quad (5)$$

Подставляя затем выражения (1) и (5) в уравнения Блоха [8] после ряда преобразований, получим следующую систему уравнений:

$$\frac{dA}{dt} + \frac{A}{T_2} + B \cos \delta A M_z = 0; \quad (6)$$

$$\frac{dM_z}{dt} + \frac{M_z}{T_1} - B \cos \delta A^2 = \frac{M_0}{T_1}; \quad (7)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} - B \sin \delta M_z = 0. \quad (8)$$

Система (6)-(8) представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, аналитическое решение которой весьма проблематично [4].

7.2.3. Реакция приемного контура в случае мультиплетной структуры сигналов ЯМР. Следует отметить, что метод свободной ядерной индукции в магнитном поле Земли используется для исследования мультиплетной структуры сигналов ЯМР, например, обусловленной косвенными спин-спиновыми взаимодействиями ядер в молекуле [9]. Подчеркнем, что сложный характер линии поглощения вызывает модуляцию огибающей сигнала свободной индукции, возникающую в результате биений между отдельными компонентами мультиплета. В этих случаях образец характеризуется несколькими векторами M_i , прецессирующими с различными угловыми скоростями и явление реакции приемного контура значительно усложняется. Так, в частности, кроме обратного воздействия каждой компоненты на себя, возникают перекрестные влияния, при которых частота воздействующего сигнала будет отличаться от частоты прецессии.

Рассмотрим случай двух компонент одинаковой интенсивности. Примем, что ω_K совпадает с центром дублета ω_0 . В этом случае величины A и M_z для одной компоненты во все моменты времени остаются равными соответствующим величинам для другой, а фазовые сдвиги φ будут иметь противоположные знаки.

В этом случае выражение (1) представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} M_x &= A \cos(\omega_0 t + \Omega t + \varphi) + A \cos(\omega_0 t - \Omega t - \varphi); \\ M_y &= -A \sin(\omega_0 t + \Omega t + \varphi) - A \sin(\omega_0 t - \Omega t - \varphi). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь Ω — половина расстояния между компонентами дублета, выражение в шкале круговых частот.

Осуществляя преобразования, аналогичные (2)-(5), приходим к следующей системе дифференциальных уравнений относительно неизвестных A , M_z и φ :

$$\frac{dA}{dt} + \frac{A}{T_2} + B A M_z \cos \left(2Q \frac{\Omega}{\omega_0} \right) + B A M_z \cos \left[2 \left(\Omega t + \varphi - Q \frac{\Omega}{\omega_0} \right) \right] = 0; \quad (10)$$

$$\frac{dM_z}{dt} + \frac{M_z}{T_1} - B A^2 \cos \left(2Q \frac{\Omega}{\omega_0} \right) - B A^2 \cos \left[2 \left(\Omega t + \varphi - Q \frac{\Omega}{\omega_0} \right) \right] = 0; \quad (11)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} - B M_z \sin \left(2Q \frac{\Omega}{\omega_0} \right) - B M_z \sin \left[2 \left(\Omega t + \varphi - Q \frac{\Omega}{\omega_0} \right) \right] = 0. \quad (12)$$

Следует отметить, что при выводе уравнений предполагалось, что Ω много меньше ширины полосы пропускания приемного контура, так что для каждой компоненты дублета будут справедливыми приближенные выражения в (3) и (4).

В полученной системе уравнений (10)-(12) предпоследние члены будут описывать воздействие каждой компоненты на себя, а последние члены будут описывать перекрестные влияния. Подчеркнем, что перекрестные влияния будут существенными лишь для малых значений Ω , поскольку в противном случае соответствующие члены будут быстро осциллировать и их среднее воздействие близко к нулю.

7.2.4. Аналитическое решение задачи о реакции приемного контура в магнитном поле Земли. Как уже указывалось ранее общее решение задачи осуществляется, как правило, численными методами [4], поскольку исходная система (6)-(8) или (10)-(12) представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.

В настоящей работе излагается аналитический подход к решению линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами на основе модифицированного метода последовательных приближений, разработанного профессором В.А.Пухлий, и опубликованным им в изданиях Академии наук [10, 11]. Разработанный аналитический подход использовался в работе В.А.Пухлий и Н.И.Ковалева [12] при решении задачи спинового эха Хана. Полученные результаты сравнивались с известными теоретическими и экспериментальными значениями. Отмечается хорошее совпадение.

Следует особо отметить, что для ускорения сходимости предложенного решения разработан вариант модифицированного метода последовательных приближений в смещенных полиномах Чебышева [13, 14]. Известно, что одна и та же функция может быть представлена целым спектром различных степенных рядов. Представляя по существу одну и ту же функцию, все они обладают весьма различной скоростью сходимости. Если мы преследуем цель – абсолютную точность, то все эти представления равнозначны. Но если наша цель – ограниченная точность, то эти представления будут совершенно различны. Самой слабой сходимостью обладают ряды Тейлора, с другой стороны самая сильная сходимость характерна для полиномов Чебышева.

Здесь для ускорения сходимости решения используется метод телескопического сдвига степенного ряда Ланцоша [15]. Идея метода заключается в том, что имеющейся в нашем распоряжении ряд Мак-Лорена телескопически сдвигается в гораздо более короткий ряд, не теряя в точности. Для этого используется возможность представления любого степенного ряда через смещенные полиномы Чебышева на интервале [0, 1].

К решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами вида (6)-(8), либо вида (10)-(12) применим аналитический подход, основанный на использовании модифицированного метода последовательных приближений в смещенных полиномах Чебышева [13, 14].

В соответствии с методом запишем системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами в нормальной форме Коши:

$$\frac{dX_m}{d\xi} = \sum_{v=1}^3 B_{v,m} X_v + \lambda_m X_m, \quad (m = 1, 2, \dots, 3). \quad (13)$$

Здесь X_m – неизвестные безразмерные функции; $B_{v,m}$ – переменные коэффициенты; λ_m – параметр частоты; $\xi = \frac{t}{t_0}$ – безразмерная временная координата; v – номер неизвестной функции, при которой стоит коэффициент $B_{v,m}$; m – номер уравнения.

В уравнениях (13) переменные коэффициенты $B_{v,m}$ представлены через смещенные полиномы Чебышева:

$$B_{v,m} = \sum_{r=0}^q b_{v,m,r} d_r^{-1} \sum_{k=0}^r a_k T_k^*(\xi), \quad (14)$$

Здесь q – степень интерполяционного полинома; a_k – коэффициенты разложения ξ^r в ряд по многочленам Чебышева $T_k^*(\xi)$. В выражениях (14) $d_r = 1$ для $r = 0$ и $d_r = 2^{2r-1}$ для остальных r .

Общее решение системы уравнений (13) имеет следующий вид:

$$X_m = \sum_{\mu=1}^m C_{\mu} \left[d_0^{-1} a_0 T_0^*(\xi) \delta + \sum_{\kappa=1}^m X_{m,\mu,\kappa} \right], \quad (15) \quad X_{m,\mu,\kappa} = \sum_{\eta=0}^{\infty} \phi_{\eta} \cdot \lambda^{\eta}. \quad (16)$$

Здесь μ – номер фундаментальной функции; C_{μ} – постоянные интегрирования.

В решении (15) будет $\delta = 1$, если $m = \mu$ и $\delta = 0$ для остальных μ .

В выражении (16) функции ϕ_{η} определяются через смещенные полиномы Чебышева следующим образом:

– при $\eta = 0$

$$X_{m,\mu,n} = \sum_{j=1}^{\beta} t_{m,\mu,n,j} [d_{m,j-1} (n+j-1)!]^{-1} \sum_{k=0}^{n+j-1} a_k T_k^*(\xi); \quad (17)$$

– при $\eta \neq 0$

$$X_{m,\mu,n} = \sum_{j=1}^{\beta} t_{m,\mu,n,j}^* [d_{m,j-2+\eta+\delta_1} (n+j-2+\eta+\delta_1)!]^{-1} \sum_{k=0}^{n+j-2+\eta+\delta_1} a_k T_k^*(\xi), \quad (18)$$

где $\beta = n(q+3) - 2$.

Системы фундаментальных функций (17) и (18) являются равномерно сходящимися рядами, при этом коэффициенты $t_{m,\mu,n,j}$ и $t_{m,\mu,n,j}^*$ определяются через коэффициенты предыдущего приближения по рекуррентным формулам:

– при $\eta = 0$

$$t_{m,\mu,n,j} = \sum_{v=1}^q \sum_{r=0}^j b_{v,m,r} t_{v,\mu,n-1,j-r} (n+j-1)^{-1} \prod_{\gamma=0}^r (n+j-1-\gamma); \quad (19)$$

– при $\eta \neq 0$

$$t_{m,\mu,n,j}^* = \sum_{v=1}^q \sum_{r=0}^j b_{v,m,r}^* t_{v,\mu,n-1,\eta,j-k} \cdot \frac{\prod_{\gamma=0}^r (n+j-2+\eta+\delta_1-\gamma)}{(n+j-2+\eta+\delta_1)} + \sum_{v=1}^q \sum_{r=0}^j \beta_{v,m,r}^* t_{v,\mu,n-1,(\eta-1)(j-k+1)}. \quad (20)$$

В дальнейшем, удовлетворяя начальным условиям, получим систему однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных c_n , решение которой и определяет спектр значений безразмерных частот λ_n .

7.2.5. Анализ полученных результатов. Предварительно отметим, что при численной реализации разработанного аналитического решения задачи Коши для системы уравнений (6)–(8), либо системы (10)–(12), уравнения должны быть представлены в безразмерной форме.

При переходе к безразмерным величинам в теории ЯМР, как правило, все магнитные моменты выражаются через равновесную намагниченность $M = \gamma_1 N$, все времена через T_2 , а магнитные моменты через ΔH_2 :

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{M_x}{M}; & X_2 &= \frac{M_y}{M}; & X_3 &= \frac{M_z}{M}; & h_1 &= H_1 \gamma T_2 = \frac{H}{\Delta H_2}; \\ h_m &= H_m \frac{\gamma T_2}{2} = \frac{H_m}{2 \Delta H_2}; \\ d_0 &= (\gamma H - \omega_0) T_2 = \frac{H - (\omega_0 / \gamma)}{\Delta H_2}; & S &= \frac{T}{T_2}; & b &= \frac{T_2}{T_1}; & \Omega &= \Omega_m T_2. \end{aligned} \quad (21)$$

Тогда вместо исходной системы уравнений (6)–(8) получим новую систему уравнений в безразмерной форме вида (13), к решению которой в дальнейшем применяется разработанный алгоритм.

Следует отметить, что решение задачи о реакции приемного контура можно легко получить для предельного случая бесконечно больших времен релаксации T_1 и T_2 [3]. Для этого случая величина \dot{M} остается неизменной, а единственной причиной затухания прецессии является уменьшение угла θ между \dot{M} и \dot{H}_0 . Выражение для когерентной компоненты намагниченности M_{\perp} , определяющей амплитуду наводимого сигнала прецессии для данного случая имеет следующий вид:

$$M_{\perp} = M(0) \operatorname{sech}[(t-t_0)/\tau_R], \quad (22)$$

где $\tau_R = (2\pi\eta M_0 Q \gamma)^{-1}$; Q – добротность приемного контура.

Таким образом, затухание сигнала, индуцируемого в контуре, не имеет экспоненциального характера, за исключением случая малого угла θ . Тогда вместо выражения (22) получим:

$$M_{\perp} = M_{\perp}(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_R}\right). \quad (23)$$

Полученные формулы (22) и (23) пригодны также и для конечного времени T_1 и T_2 , если $T_1 \gg \tau_R$ и $T_2 \gg \tau_R$. Для случая конечного времени T_2 и $T_1 = \infty$ решение получено в [6].

Следует подчеркнуть, что наибольший практический интерес представляет случай конечных времен релаксации $T_1 = T_2 = T$, который впервые был исследован Ф.И.Скриповым и Э.Л.Альтманом [7] на основании аналогии со связанными контурами, при этом пренебрегалось влиянием переходных процессов в приемном контуре, поскольку его постоянная времени в сотни раз короче времени T_2 .

Основной характеристикой, определяющей реакцию контура на движение вектора M , является величина T/τ_R . Заметим, что в обычных условиях эксперимента $\eta Q N^*$ не превышает значения $2 \cdot 10^4$ гс, что, например, для обескислороженного бензола ($T = 16$ сек) дает:

$$T/\tau_R \leq 10P. \quad (24)$$

Здесь P – безразмерный коэффициент, равный отношению фактической амплитуды сигнала свободной ядерной индукции к ее расчетному значению, в оптимальных случаях он приближается к единице, однако нередко имеет и значительно меньшую величину.

При использовании регенерированного контура с добротностью